

Neuroninis tinklas su matriciniais jėjimais

Povilas Daniušis
vadovas doc. P. Vaitkus

2007 m. gegužės 30 d.

Uždavinys ir modelis

- ▶ $T = ((X_1, y_1), (X_2, y_2), \dots, (X_M, y_M))$, kur X_i - $m \cdot n$ eilės matricos (jėjimai), o y_i - skaliarai (išėjimai).

Uždavinys ir modelis

- ▶ $T = ((X_1, y_1), (X_2, y_2), \dots, (X_M, y_M))$, kur X_i - $m \cdot n$ eilės matricos (jėjimai), o y_i - skaliarai (išėjimai).
- ▶ Pvz. X - Rentgeno nuotrauka, y - diagnozė

Uždavinys ir modelis

- ▶ $T = ((X_1, y_1), (X_2, y_2), \dots, (X_M, y_M))$, kur X_i - $m \cdot n$ eilės matricos (jėjimai), o y_i - skaliarai (išėjimai).
- ▶ Pvz. X - Rentgeno nuotrauka, y - diagnozė
- ▶ Reikalingas modelis darbui su matricomis!

Uždavinys ir modelis

- ▶ $T = ((X_1, y_1), (X_2, y_2), \dots, (X_M, y_M))$, kur X_i - $m \cdot n$ eilės matricos (jėjimai), o y_i - skaliarai (išėjimai).
- ▶ Pvz. X - Rentgeno nuotrauka, y - diagnozė
- ▶ Reikalingas modelis darbui su matricomis!
- ▶ Siūlome tokį modelį:

$$\hat{y}(X) = \sum_{i=1}^N \alpha_i \sigma(\mathbf{u}_i X \mathbf{v}_i' + b_i) \quad (1)$$

Uždavinys ir modelis

- ▶ $T = ((X_1, y_1), (X_2, y_2), \dots, (X_M, y_M))$, kur X_i - $m \cdot n$ eilės matricos (jėjimai), o y_i - skaliarai (išėjimai).
- ▶ Pvz. X - Rentgeno nuotrauka, y - diagnozė
- ▶ Reikalingas modelis darbui su matricomis!
- ▶ Siūlome tokį modelį:

$$\hat{y}(X) = \sum_{i=1}^N \alpha_i \sigma(\mathbf{u}_i X \mathbf{v}_i' + b_i) \quad (1)$$

Uždavinys ir modelis

- ▶ $T = ((X_1, y_1), (X_2, y_2), \dots, (X_M, y_M))$, kur X_i - $m \cdot n$ eilės matricos (jėjimai), o y_i - skaliarai (išėjimai).
- ▶ Pvz. X - Rentgeno nuotrauka, y - diagnozė
- ▶ Reikalingas modelis darbui su matricomis!
- ▶ Siūlome tokį modelį:

$$\hat{y}(X) = \sum_{i=1}^N \alpha_i \sigma(\mathbf{u}_i X \mathbf{v}_i' + b_i) \quad (1)$$

- ▶ pvz. $\sigma(x) = 1/1 + \exp(-x)$.

Uždavinys ir modelis

- ▶ $T = ((X_1, y_1), (X_2, y_2), \dots, (X_M, y_M))$, kur X_i - $m \cdot n$ eilės matricos (jėjimai), o y_i - skaliarai (išėjimai).
- ▶ Pvz. X - Rentgeno nuotrauka, y - diagnozė
- ▶ Reikalingas modelis darbui su matricomis!
- ▶ Siūlome tokį modelį:

$$\hat{y}(X) = \sum_{i=1}^N \alpha_i \sigma(\mathbf{u}_i X \mathbf{v}_i' + b_i) \quad (1)$$

- ▶ pvz. $\sigma(x) = 1/1 + \exp(-x)$.
- ▶ (... $\sigma(\langle \mathbf{w}_i, \mathbf{x} \rangle + b_i)$)

Istorija

▶ $\hat{y}(x) = \sum_{i=1}^N \alpha_i \sigma(\langle \mathbf{w}_i, \mathbf{x} \rangle + b_i)$, Rumelhart et al. 1986.

Istorija

- ▶ $\hat{y}(x) = \sum_{i=1}^N \alpha_i \sigma(\langle \mathbf{w}_i, \mathbf{x} \rangle + b_i)$, Rumelhart et al. 1986.
- ▶ $\hat{y}(X) = \mathbf{u}X\mathbf{v}'$, Cai 2006.

Kaip rasti parametrus?

$$\hat{y}(X) = \sum_{i=1}^N \alpha_i \sigma(\mathbf{u}_i X \mathbf{v}_i' + b_i) \quad (2)$$

$$Err(..) = \frac{1}{2M} \sum_{(X,y) \in T} (\hat{y}(X) - y)^2 \rightarrow \min \quad (3)$$

- ▶ Gradientinis metodas?

Kaip rasti parametrus?

$$\hat{y}(X) = \sum_{i=1}^N \alpha_i \sigma(\mathbf{u}_i X \mathbf{v}_i' + b_i) \quad (2)$$

$$Err(..) = \frac{1}{2M} \sum_{(X,y) \in T} (\hat{y}(X) - y)^2 \rightarrow \min \quad (3)$$

- ▶ Gradientinis metodas?
- ▶ Extreme learning machines?

Kaip rasti parametrus?

$$\hat{y}(X) = \sum_{i=1}^N \alpha_i \sigma(\mathbf{u}_i X \mathbf{v}_i' + b_i) \quad (2)$$

$$Err(..) = \frac{1}{2M} \sum_{(X,y) \in T} (\hat{y}(X) - y)^2 \rightarrow \min \quad (3)$$

- ▶ Gradientinis metodas?
- ▶ Extreme learning machines?
- ▶ Stochastiniai algoritmai?

Privalumai

- ▶ Netiesinis.

Privalumai

- ▶ Netiesinis.
- ▶ Parametrų skaičius ($\langle \mathbf{w}_j, \mathbf{x} \rangle, \mathbf{uXv}'$)

Privalumai

- ▶ Netiesinis.
- ▶ Parametrų skaičius ($\langle \mathbf{w}_j, \mathbf{x} \rangle, \mathbf{uXv}'$)
- ▶ Specialiai darbui su matricomis.

Aproksimacinės galimybės

- ▶ Su vektoriniais įėjimais uždavinys sutampa su $C(K)$, o su matriciniais - ne (Kreines - Vostrecov, 1961) - trūkumas.

Aproksimacinės galimybės

- ▶ Su vektoriniais įėjimais uždavinys sutampa su $C(K)$, o su matriciniais - ne (Kreines - Vostrecov, 1961) - trūkumas.
- ▶ Kada sutampa? Kai yra du paslėpti sluoksniai:

$$\sum_{i=1}^K d_i \sigma \left(\sum_{j=1}^{K_j} c_{i,j} \sigma(\mathbf{u}_{i,j} \mathbf{X} \mathbf{v}'_{i,j} + b_{i,j}) + \gamma_i \right) \quad (4)$$

(Pinkus 1999, Kolmogorov 1950).

Aproksimacinės galimybės

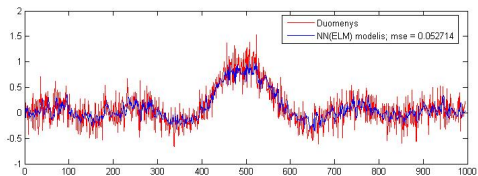
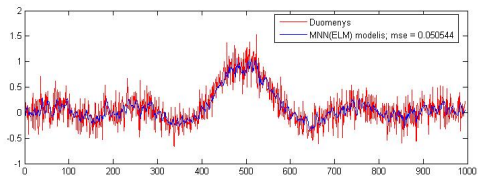
- ▶ Su vektoriniais jėjimais uždavinys sutampa su $C(K)$, o su matriciniais - ne (Kreines - Vostrecov, 1961) - trūkumas.
- ▶ Kada sutampa? Kai yra du paslėpti sluoksniai:

$$\sum_{i=1}^K d_i \sigma \left(\sum_{j=1}^{K_j} c_{i,j} \sigma(\mathbf{u}_{i,j} \mathbf{X} \mathbf{v}'_{i,j} + b_{i,j}) + \gamma_i \right) \quad (4)$$

(Pinkus 1999, Kolmogorov 1950).

- ▶ $\exists \sigma \in C^\infty(\mathbb{R})$, kad jų reiks $(4n + 3) \times (2n + 1)$ (Pinkus).

Kaip atrodo?



Papildoma informacija

- ▶ Skaidrės darytos su $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ paketu **Beamer**.
- ▶ MNN paketas suprogramuotas su MATLAB. Jį atsisiųsti galima iš http://pou.hacker.lt/MNN_package.rar

Pabaiga

Ačiū už dėmesį